试验设计与统计分析

- 概述
- 对比、随机设计
- 区组设计
- 拉丁方设计
- 裂区设计
- 正交设计
- 回归设计
- 均匀设计

完全随机化设计

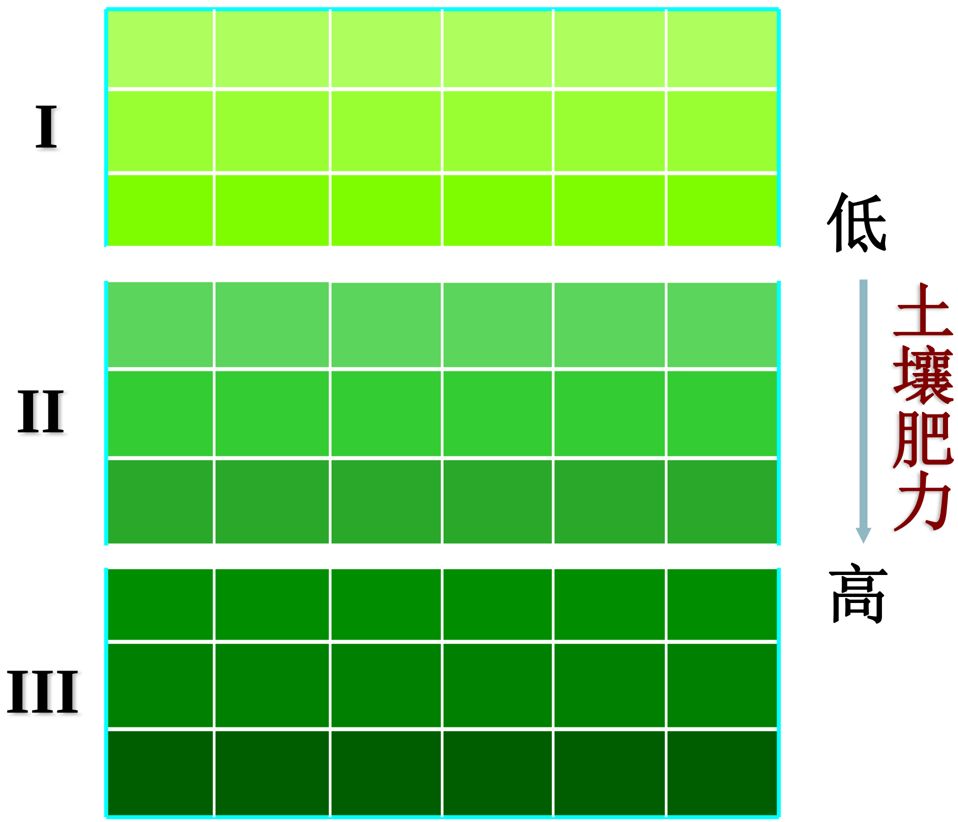
随机区组设计

平衡不完全区组设计

随机区组设计

1. 设计简单，容易掌握；
2. 富于弹性，单因素、多因素及综合性的试验均可用；
3. 能提供无偏的误差估计，有效降低误差；
4. 对试验区的形状要求不严。
5. 该设计不允许处理数太多。
6. 处理数太多，区组必然增大，局部控制的效率降低。

现有18个品种的品比试验，3次重复，试做试验设计。



但如果在山地或丘陵地带，地块狭长或不规则，排不下18个品种，怎么办？

随机区组设计 ⟹ 区组间差异最大

区组内条件均一

现有一动物试验，12个处理，3次重复，试做试验设计。

- 试验共需36只试验动物，
- 以老鼠为试验动物，
- 每窝动物为一个单位组，进行随机区组试验。

但如果要求用狗做试验动物，每窝往往不足12只，不能满足要求，怎么办？

怎么办？

扩大区组范围，区组内的均一性难以达到；

减小区组的容量，进行<u>不完全区组设计</u>。

Example 1

为了比较不同植物生长调节剂喷施对植物生长的影响，

选用4种喷施剂（A、B、C、D），4个批次（重复），

但每种原料的批次只能供3种喷施剂进行实验。

区组（原料批次）	处理（催化剂品种）
1	A,C,D
2	A,B,C
3	B,C,D
4	A,B,D

		区组			
		1	2	3	4
处理	*A*	*	*		*
	B		*	*	*
	C	*	*	*	
	D	*		*	*

试验设计与统计分析

- 概述
- 对比设计及分析
- 区组设计及分析
  - 完全随机化设计
  - 随机区组设计
  - 平衡不完全区组设计
- 拉丁方设计及分析
- 裂区设计及分析
- 正交设计及分析

平衡不完全区组设计 (BIB)

（balanced incomplete block design）

- 完全区组(complete block)：每一区组包含全套处理。
- 不完全区组(incomplete block)：即一套处理分成几个区组，或一个区组并不包含全部处理，但同样要通过区组实施局部控制。

		区组			
		1	2	3	4
处理	A	*	*		*
	B		*	*	*
	C	*	*	*	
	D	*		*	*

$b = 4$(区组的个数)

$v = 4$(处理的个数)

		区组			
		1	2	3	4
处理	A	*	*		*
	B		*	*	*
	C	*	*		
	D	*		*	*

$\gamma = 3$(重复次数)

$k = 3$(区组大小)

		区 组			
		1	2	3	4
处理	A	*	*		*
	B		*	*	*
	C	*	*	*	
	D	*		*	*

$\lambda=2$（相遇的次数）

		区组			
		1	2	3	4
处理	A	*	*		*
	B		*	*	*
	C	*	*	*	
	D	*		*	*

$v = 4$(处理的个数)

$b = 4$(区组的个数)

$k = 3$(区组大小)

$\gamma = 3$(重复次数)

$\lambda=2$（相遇的次数）

$v = b = 4$
$k = \gamma = 3$
$\lambda = 2$

Example 2

在3个不同的地块儿（区组）比较3个不同的某种作物（以A、B、C表示）的产量。

如果每个地块儿只能种植两个作物，如何设计？

		区组		
		1	2	3
处理	A	*	*	
	B	*		*
	C		*	*

$v = b = 3$

$k = \gamma = 2$

λ =1

Example 3

		区 组					
		1	2	3	4	5	6
处理	A	*				*	*
	B	*	*				
	C		*	*		*	
	D			*	*		*

$v = 4$
$b = 6$
$k = 2$
$\gamma = 3$
λ =1

平衡不完全区组设计

		区组			
		1	2	3	4
处理	A	*	*		*
	B		*	*	*
	C	*	*	*	
	D	*		*	*

$v = b = 4$
$k = \gamma = 3$
λ =2

		区组		
		1	2	3
处理	A	*	*	
	B	*		*
	C		*	*

$v = b = 3$
$k = \gamma = 2$
λ =1

		区组					
		1	2	3	4	5	6
处理	A	*				*	*
	B	*	*				
	C		*	*		*	
	D			*	*		*

$v = 4$
$b = 6$
$k = 2$
$\gamma = 3$
λ =1

指每个区组中只容纳部分处理。

		区组			
		1	2	3	4
处理	*A*	*	*		*
	B		*	*	*
	C	*	*	*	
	D	*		*	*

平衡不完全区组设计

		区组		
		1	2	3
处理	*A*	*	*	
	B	*		*
	C		*	*

指各处理的重复数相等，任意两个处理同一区组中出现的次数相等，所以任意两个处理间的比较是平等的，其精度是相等的；

- 为了满足平衡，这种设计的处理数、区组数、重复数等参数不是任意设置的，是特定的。
- 统计学者已编制出BIB设计表来安排试验。

平衡不完全区组设计参数表

设计	v (处理数)	k (区组的小区数)	r (各处理的重复数)	b (试验所需区组数)	λ (任意两个处理在同一区组中出现的次数)	E
1	4	2	3	6	1	0.67
2		3	3	4	2	0.89
3	5	2	4	10	1	0.62
4		3	6	10	1	0.83
5		4	4	5	3	0.94
6	6	2	5	15	1	0.60
7		3	5	10	2	0.80
8		3	10	20	4	0.80
9		4	10	15	6	0.90
10		5	5	6	4	0.96
…	…	…	…	…	…	…

参数特点

$$rv = bk$$

$$\lambda = \frac{r(k-1)}{v-1}$$

$$b \geq v, v > k, r > \lambda$$

设计	v (处理数)	k (区组的小区数)	r (各处理的重复数)	b (试验所需区组数)	λ (任意两个处理在同一区组中出现的次数)	E
1	4	2	3	6	1	0.67
2		3	3	4	2	0.89
3	5	2	4	10	1	0.62
4		3	6	10	1	0.83
5		4	4	5	3	0.94
6	6	2	5	15	1	0.60
7		3	5	10	2	0.80
8		3	10	20	4	0.80
9		4	10	15	6	0.90
10		5	5	6	4	0.96
…	…	…	…	…	…	…

完全随机区组

$$k = v, \lambda = \gamma = b.$$

附表 11　平衡不完全区组设计表

（阿拉伯数字表示处理，行表示区组，罗马数字表示重复）

设计 1　$v = 4,\ k = 2,\ r = 3,\ b = 6,\ \lambda = 1$

Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
1 2	1 3	1 4
3 4	2 4	2 3

设计 3　$v = 5,\ k = 2,\ r = 4,\ b = 10,\ \lambda = 1$

Ⅰ Ⅱ	Ⅲ Ⅳ
1 2	1 3
2 3	2 4
3 4	3 5
4 5	4 1
5 1	5 2

设计 4　$v = 5,\ k = 3,\ r = 6,\ b = 10,\ \lambda = 3$

Ⅰ Ⅱ Ⅲ	Ⅳ Ⅴ Ⅵ
1 2 3	1 2 4
2 3 4	2 3 5
3 4 5	3 4 1
4 5 1	4 5 2
5 1 2	5 1 3

设计 6　$v = 6,\ k = 2,\ r = 5,\ b = 15,\ \lambda = 1$

Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ
1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
3 4	2 5	2 6	2 4	2 3
5 6	4 6	3 5	3 6	4 5

设计 7　$v = 6,\ k = 3,\ r = 5,\ b = 10,\ \lambda = 2$

1 2 5	2 3 4
1 2 6	2 3 5
1 3 4	2 4 6
1 3 6	3 5 6
1 4 5	4 5 6

设计 8　$v = 6,\ k = 3,\ r = 10,\ b = 20,\ \lambda = 4$

Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ
1 2 3	1 2 4	1 2 5	1 2 6	1 3 4
4 5 6	3 5 6	3 4 6	3 4 5	2 5 6

Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ	Ⅸ	Ⅹ
1 3 5	1 3 6	1 4 5	1 4 6	1 5 6
2 4 6	2 4 5	2 3 6	2 3 5	2 3 4

设计 9　$v = 6,\ k = 4,\ r = 10,\ b = 15,\ \lambda = 6$

Ⅰ，Ⅱ	Ⅲ，Ⅳ	Ⅴ，Ⅵ	Ⅶ，Ⅷ	Ⅸ，Ⅹ

设计 12　$v = 7,\ k = 3,\ r = 3,\ b = 7,\ \lambda = 1$

1 2 4
2 3 5
3 4 6
4 5 7
5 6 1
6 7 2
7 1 3

设计 13　$v = 7,\ k = 4,\ r = 4,\ b = 7,\ \lambda = 2$

1 2 3 6
2 3 4 7
3 4 5 1
4 5 6 2
5 6 7 3
6 7 1 4
7 1 2 5

设计 15　$v = 8,\ k = 2,\ r = 7,\ b = 28,\ \lambda = 1$

Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
1 2	1 3	1 4	1 5
3 4	2 8	2 7	2 3
5 6	4 5	3 6	4 7
7 8	6 7	5 8	6 8

Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ
1 6	1 7	1 8
2 4	2 6	2 5
3 8	3 5	3 7
5 7	4 8	4 6

设计 16　$v = 8,\ k = 4,\ r = 7,\ b = 14,\ \lambda = 3$

Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
1 2 3 4	1 2 5 6	1 2 7 8	1 3 5 7
5 6 7 8	3 4 7 8	3 4 5 6	2 4 6 8

Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ
1 3 6 8	1 4 5 8	1 4 6 7
2 4 5 7	2 3 6 7	2 3 5 8

设计 18　$v = 9,\ k = 2,\ r = 8,\ b = 36,\ \lambda = 1$

Ⅰ Ⅱ	Ⅲ Ⅳ	Ⅴ Ⅵ	Ⅶ Ⅷ
1 2	1 3	1 4	1 5
2 3	2 4	2 5	2 6
3 4	3 5	3 6	3 7

$v=5, k=2, r=4, b=10, \lambda=1$

V (处理数)	K (区组的小区数)	r (各处理的重复数)	b (试验所需区组数)

I	II	III	IV
1	2	1	3
2	3	2	4
3	4	3	5
4	5	4	1
5	1	5	2

罗马数字：每个处理的重复数

阿拉伯数字：处理号

横行：区组

试验共有**5**个处理，**4**次重复，设置**10**个不完全区组。

- 任意两个处理在同一区组内只出现了**1**次；
- 每一处理均重复了**4**次；
- 每一个区组容纳**2**个处理。

$v=5,k=2,r=4,b=10,\lambda=1$

I	II	III	IV
1	2	1	3
2	3	2	4
3	4	3	5
4	5	4	1
5	1	5	2

BIB设计的特点

- 在整个试验设计中，某一个处理虽然不可能在每一个区组中出现，但在整个试验中，每个处理的重复次数均相等；
- 不同处理在不同区组中出现的总次数均相等。
- 能体现出**BIB**设计的平衡性和各个处理间进行比较的合理性。

平衡不完全区组设计

设计思想：

不要求每一区组包含全部处理，而是只包含部分处理。

试验特点：

①每个处理在每一区组中最多出现一次；

②每个处理在全部试验中出现次数均等；

③任意两个处理都有机会出现于同一区组中，且在全部试验中任意两个处理出现于同一区组中的次数（λ）均等。

平衡不完全区组设计

- 根据试验的处理数和每个区组能容纳的处理数，选择适宜的BIB设计表；
- 根据设计表的要求确定其它参数；
- 对各区组进行随机化处理；
- 对各区组中的处理进行随机排列。

例3.8 设有不同品种水稻产量比较试验，供试品种v=6（用代号1、2、3、4、5、6表示），每区组包含3个品种（k=3），小区面积10m^2，试作平衡不完全区组设计。

设计	v	k	r	b	λ	E
1	4	2	3	6	1	0.67
2		3	3	4	2	0.89
3	5	2	4	10	1	0.62
4		3	6	10	1	0.83
5		4	4	5	3	0.94
6	6	2	5	15	1	0.60
7		3	5	10	2	0.80
8		3	10	20	4	0.80
9		4	10	15	6	0.90
10		5	5	6	4	0.96
…	…	…	…	…	…	…

♪ 查表，v=6，k=3的设计有设计7和设计8两个方案可用。若选用设计7，则r=5, b=10,λ=2。

设计 7 $v=6,\ k=3,\ r=5,\ b=10,\ \lambda=2$

1 2 5	2 3 4
1 2 6	2 3 5
1 3 4	2 4 6
1 3 6	3 5 6
1 4 5	4 5 6

设计 7　$v=6,\ k=3,\ r=5,\ b=10,\ \lambda=2$

1	2	5	2	3	4
1	2	6	2	3	5
1	3	4	2	4	6
1	3	6	3	5	6
1	4	5	4	5	6

- 每个处理重复5次；
- 需要10个不完全区组；
- 每个区组安排3个处理；
- 平衡不完全区组设计允许区组间的环境条件有一定差异，在试验条件受限制时，各区组不一定排列在一起，可以分散在不同的地块，但必须注意保持一个区组内的条件一致。

♪ 区组和处理随机排列：各区组进行随机排列，同时对每区组的3个品种也进行随机排列，田间种植图及其小区产量（kg/10m^2）如下图。

田间区划确定后，为了方便，也可以将区组号按田间排列顺序重新编号。

设计 7 $v=6,\ k=3,\ r=5,\ b=10,\ \lambda=2$

1	2	5	2	3	4
1	2	6	2	3	5
1	3	4	2	4	6
1	3	6	3	5	6
1	4	5	4	5	6

区组				区组			
区组Ⅴ	5 9.0	1 7.2	4 7.5	区组Ⅱ	1 7.0	6 7.2	2 8.0
区组Ⅹ	4 8.0	6 7.5	5 9.5	区组Ⅷ	2 8.5	4 8.2	6 8.0
区组Ⅶ	2 7.8	5 9.6	3 9.0	区组Ⅲ	4 7.5	3 8.5	1 7.5
区组Ⅰ	1 6.8	2 7.5	5 8.5	区组Ⅵ	3 9.2	2 8.5	4 8.6
区组Ⅳ	3 8.0	1 6.5	6 7.8	区组Ⅸ	6 8.2	5 9.8	3 8.0

图 8-6　6 个水稻品种平衡不完全区组试验设计的田间排列及其小区产量($\mathrm{kg}\cdot 10\mathrm{m}^{-2}$)

平衡不完全区组设计

区组V	5 9.0	1 7.2	4 7.5	区组II	1 7.0	6 7.2	2 8.0
区组X	4 8.0	6 7.5	5 9.5	区组VIII	2 8.5	4 8.2	6 8.0
区组VII	2 7.8	5 9.6	3 9.0	区组III	4 7.5	3 8.5	1 7.5
区组I	1 6.8	2 7.5	5 8.5	区组VI	3 9.2	2 8.5	4 8.6
区组IV	3 8.0	1 6.5	6 7.8	区组IX	6 8.2	5 9.8	3 8.0

图 8-6 6 个水稻品种平衡不完全区组试验设计的田间排列及其小区产量($kg \cdot 10m^{-2}$)

- 对一个区组来讲，因为是一个不完全区组，在资料分析时，与其它设计方法的分析有一定的差异；
- 其试验精度比随机区组设计低，所以很少安排多因素试验，主要安排单因素试验，尤其是品种、家系、无性系的对比试验。

平衡不完全区组设计

平衡不完全区组试验结果的统计分析采用方差分析法。

每一观测值的线性模型为：

$$x_{ij}=\mu+\alpha_i+\beta_j+\varepsilon_{ij}\quad (i=1,2,\ldots,v;\ j=1,2,\ldots b)$$

式中：μ 为总体平均数，

α_i 为处理效应，

β_j 为区组效应。

ε_{ij} 为随机误差，来自总体 $N(0,\sigma^2)$ 。

不是一切i、j的组合都会出现在x的下标中。

平衡不完全区组设计

$$x_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

- 平衡不完全区组设计每一处理并不出现于所有的区组，只出现在*r*个区组，所以处理间的差异与区组间的差异出现混杂；

- 统计分析时需要对观察数据进行调整，消除区组对处理的影响，用矫正后的平均值进行处理效应的比较。

平方和与自由度的分解：

$$SS_T = SS_r + SS_t\text{（调整的）} + SS_e$$

$$df_T = df_r + df_t + df_e$$

r 表示区组, ***r* = 1,2,…,n;**

t 表示处理, ***t* = 1,2,…k;**

e 表示随机误差.

$SS_T = SS_r + SS_{t\text{（调整的）}} + SS_e$

$$SS_{t(\text{调整的})} = \frac{\sum_{i=1}^{v} Q_i^2}{\lambda k v}$$

- 由于是不完全区组，每个处理并不是在每个区组内出现，所以SS_t不是真正意义上的处理平方和。因此，需要对处理平方和进行调整。

表示第*i*个处理所在区组的观测值之和

$$Q_i = kV_{i\cdot} - T_{i\cdot}$$

表示调整的第*i*个处理的总和

表示第*i*个处理观测值之和

- 同样，也是由于不完全区组，区组内不能包括全部处理，因此SS_r严格说不是真正的区组平方和。由于一般不要求对区组的差异进行检验，因此没有必要作SS_r的调整。

平方和的分解：

$N=rv=bk\neq vb$

$$C=\frac{T_{..}^2}{N}$$

$$SS_T=\sum_{i=1}^{v}\sum_{j=1}^{b}x_{ij}^2-C$$

$$SS_r=\frac{\sum_{j=1}^{b}R_{.j}^2}{k}-C$$

区组各观测值的总和

$$SS_{t\text{（调整的）}}=\frac{\sum_{i=1}^{v}Q_i^2}{\lambda kv}$$

$$SS_e=SS_T-SS_r-SS_{t\text{(调整的)}}$$

自由度的分解：

$$df_T = N - 1$$

$$df_r = b - 1$$

$$df_t = v - 1$$

$$df_e = df_T - df_r - df_t$$

$$F = \frac{s^2_{t(\text{调整的})}}{s^2_e}$$

表：平衡不完全区组设计变异来源

变异来源	自由度	平方和
区组	$b-1$	$SS_r = \sum T_r^2 / k - C$
处理	$v-1$	$SS_t = \sum Q_j^2 / \lambda k v$
误差	$bk-b-v+1$	$SS_e = SS_T - SS_t - SS_r$
总变异	$bk-1(vr-1)$	$SS_T = \sum x_{ij}^2 - C$

例3 设有不同品种水稻产量比较试验，供试品种v=6（用代号1、2、3、4、5、6表示），每区组包含3个品种（k=3），小区面积10m²，小区产量结果（kg）见下表，试作统计分析。

区组	品种					
	1	2	3	4	5	6
I	6.8	7.5			8.5	
II	7.0	8.0				7.2
III	7.5		8.5	7.5		
IV	6.5		8.0			7.8
V	7.2			7.5	9.0	
VI		8.5	9.2	8.6		
VII		7.8	9.0		9.6	
VIII		8.5		8.2		8.0
IX			8.0		9.8	8.2
X				8.0	9.5	7.5

区组	品种						
	1	2	3	4	5	6	
I	6.8	7.5			8.5		22.8
II	7.0	8.0				7.2	22.2
III	7.5		8.5	7.5			23.5
IV	6.5		8.0			7.8	22.3
V	7.2			7.5	9.0		23.7
VI		8.5	9.2	8.6			26.3
VII		7.8	9.0		9.6		26.4
VIII		8.5		8.2		8.0	24.7
IX			8.0		9.8	8.2	26.0
X				8.0	9.5	7.5	25.0
	35.0	40.3	42.7	39.8	46.4	38.7	242.9

(1)原始资料的整理

区组	品种 1	品种 2	品种 3	品种 4	品种 5	品种 6	
I	6.8	7.5			8.5		22.8
II	7.0	8.0				7.2	22.2
III	7.5		8.5	7.5			23.5
IV	6.5		8.0			7.8	22.3
V	7.2			7.5	9.0		23.7
VI		8.5	9.2	8.6			26.3
VII		7.8	9.0		9.6		26.4
VIII		8.5		8.2		8.0	24.7
IX			8.0		9.8	8.2	26.0
X				8.0	9.5	7.5	25.0
	35.0	40.3	42.7	39.8	46.4	38.7	242.9

各品种的产量之和:

$$V_{1\cdot}=6.8+7.0+\cdots+7.2=35.0$$

$$V_{2\cdot}=7.5+8.0+\cdots+8.5=40.3$$

$\cdots\cdots\cdots\cdots$

$$V_{6\cdot}=7.2+7.8+\cdots+7.5=38.7$$

区组	品种 1	2	3	4	5	6	
Ⅰ	6.8	7.5			8.5		22.8
Ⅱ	7.0	8.0				7.2	22.2
Ⅲ	7.5		8.5	7.5			23.5
Ⅳ	6.5		8.0			7.8	22.3
Ⅴ	7.2			7.5	9.0		23.7
Ⅵ		8.5	9.2	8.6			26.3
Ⅶ		7.8	9.0		9.6		26.4
Ⅷ		8.5		8.2		8.0	24.7
Ⅸ			8.0		9.8	8.2	26.0
Ⅹ				8.0	9.5	7.5	25.0
	35.0	40.3	42.7	39.8	46.4	38.7	242.9

各区组的产量之和 $R_{\cdot j}$：

$$R_{\cdot 1}=6.8+7.5+8.5=22.8$$

$$R_{\cdot 2}=7.0+8.0+7.2=22.2$$

……………

$$R_{\cdot 10}=8.0+9.5+7.5=25.0$$

区组	品种 1	2	3	4	5	6	
I	6.8	7.5			8.5		22.8
II	7.0	8.0				7.2	22.2
III	7.5		8.5	7.5			23.5
IV	6.5		8.0			7.8	22.3
V	7.2			7.5	9.0		23.7
VI		8.5	9.2	8.6			26.3
VII		7.8	9.0		9.6		26.4
VIII		8.5		8.2		8.0	24.7
IX			8.0		9.8	8.2	26.0
X				8.0	9.5	7.5	25.0
	35.0	40.3	42.7	39.8	46.4	38.7	242.9

表示第i个处理所在区组的观测值之和

$$Q_i = kV_{i\cdot} - T_{i\cdot}$$

表示调整的第i个处理的总和

表示第i个处理观测值之和

各品种的 $T_{i\cdot}$

第i个处理所在区组的和

区组	品种 1	2	3	4	5	6	
I	6.8	7.5			8.5		22.8
II	7.0	8.0				7.2	22.2
III	7.5		8.5	7.5			23.5
IV	6.5		8.0			7.8	22.3
V	7.2			7.5	9.0		23.7
VI		8.5	9.2	8.6			26.3
VII		7.8	9.0		9.6		26.4
VIII		8.5		8.2		8.0	24.7
IX			8.0		9.8	8.2	26.0
X				8.0	9.5	7.5	25.0
	35.0	40.3	42.7	39.8	46.4	38.7	242.9

$$T_{1\cdot}=22.8+22.2+\cdots+23.7=114.5$$

$$T_{2\cdot}=22.8+22.2+\cdots+24.7=122.4$$

・・・・・・・・・・・

$$T_{6\cdot}=22.2+22.3+\cdots+25.0=120.2$$

各品种的 Q_i

消除区组影响后的值

区组	品种						
	1	2	3	4	5	6	
I	6.8	7.5			8.5		22.8
II	7.0	8.0				7.2	22.2
III	7.5		8.5	7.5			23.5
IV	6.5		8.0			7.8	22.3
V	7.2			7.5	9.0		23.7
VI		8.5	9.2	8.6			26.3
VII		7.8	9.0		9.6		26.4
VIII		8.5		8.2		8.0	24.7
IX			8.0		9.8	8.2	26.0
X				8.0	9.5	7.5	25.0
	35.0	40.3	42.7	39.8	46.4	38.7	242.9

$$Q_1 = kV_{1\cdot} - T_{1\cdot} = 3\times 35.0 - 114.5 = -9.5$$

$$Q_2 = kV_{2\cdot} - T_{2\cdot} = 3\times 40.3 - 122.4 = -1.5$$

$\cdots\cdots\cdots\cdots$

$$Q_6 = kV_{6\cdot} - T_{6\cdot} = 3\times 38.7 - 120.2 = -4.1$$

调整后的品种平均数 $\bar{v}_{i\cdot}$

$$\bar{v}_{i\cdot} = \frac{Q_i}{\lambda v} + \frac{T_{\cdot\cdot}}{N} = \frac{Q_i}{\lambda v} + \bar{x}$$

$$\bar{v}_{1\cdot} = \frac{Q_1}{\lambda v} + \frac{T_{\cdot\cdot}}{N} = \frac{-9.5}{2\times 6} + \frac{242.9}{30} = 7.31$$

$$\bar{v}_{2\cdot} = \frac{Q_2}{\lambda v} + \frac{T_{\cdot\cdot}}{N} = \frac{-1.5}{2\times 6} + \frac{242.9}{30} = 7.97$$

$\cdot\ \cdot\ \cdot\cdot\ \cdot\ \cdot\cdot\ \cdot\ \cdot\cdot\ \cdot\ \cdot$

$$\bar{v}_{6\cdot} = \frac{Q_6}{\lambda v} + \frac{T_{\cdot\cdot}}{N} = \frac{-4.1}{2\times 6} + \frac{242.9}{30} = 7.76$$

将结果整理成区组和处理两向表

区组	品种						R_j
	1	2	3	4	5	6	
I	6.8	7.5			8.5		22.8
II	7.0	8.0				7.2	22.2
III	7.5		8.5	7.5			23.5
IV	6.5		8.0			7.8	22.3
V	7.2			7.5	9.0		23.7
VI		8.5	9.2	8.6			26.3
VII		7.8	9.0		9.6		26.4
VIII		8.5		8.2		8.0	24.7
IX			8.0		9.8	8.2	26.0
X				8.0	9.5	7.5	25.0
V_j	35.0	40.3	42.7	39.8	46.4	38.7	$T_{..}=242.9$
$T_{i.}$	114.5	122.4	124.5	123.2	123.9	120.2	$kT_{..}=728.7$
Q_i	-9.5	-1.5	3.6	-3.8	15.3	-4.1	0
$\bar{v}_{i.}$	7.31	7.97	8.40	7.78	9.37	7.76	$T_{..}/r=48.58$

(2)平方和和自由度的分解

区组	品种						
	1	2	3	4	5	6	
I	6.8	7.5			8.5		22.8
II	7.0	8.0				7.2	22.2
III	7.5		8.5	7.5			23.5
IV	6.5		8.0			7.8	22.3
V	7.2			7.5	9.0		23.7
VI		8.5	9.2	8.6			26.3
VII		7.8	9.0		9.6		26.4
VIII		8.5		8.2		8.0	24.7
IX			8.0		9.8	8.2	26.0
X				8.0	9.5	7.5	25.0
	35.0	40.3	42.7	39.8	46.4	38.7	242.9

$$C=\frac{T_{..}^{2}}{N}=1966.6803$$

$$SS_T=\sum_{i=1}^{v}\sum_{j=1}^{b}x_{ij}^2-C=19.9497$$

$$SS_r=\frac{\sum_{j=1}^{b}R_{\cdot j}^2}{k}-C=7.8697$$

$$SS_{t\text{（调整的）}}=\frac{\sum_{i=1}^{v}Q_i^2}{\lambda kv}=10.3000$$

$$SS_e=SS_T-SS_r-SS_{t(\text{调整的})}=1.7800$$

(3)列方差分析表进行F检验

变异来源	df	SS	S^2	F	$F_{0.05}$	$F_{0.01}$
区组间	9	7.8697	0.8744			
品种间	5	10.3000	2.0600	17.35**	2.90	4.56
误 差	15	1.7800	0.1187			
总变异	29	19.9497				

♠ 品种间有**极显著差异**，说明各水稻品种的小区产量间存在着极显著的差异，需作多重比较。

多重比较：

需要调整的平均数：

$$\bar{v}_{i\cdot} = \frac{Q_i}{\lambda v} + \frac{T_{\cdot\cdot}}{N}$$

标准误：

$$s_{\bar{v}} = \sqrt{s_e^2 \times \frac{k}{\lambda v}}$$

(4)品种间多重比较

q 法

$$s_{\bar{v}}=\sqrt{s_e^2\times\frac{k}{\lambda v}}=\sqrt{0.1187\times\frac{3}{2\times 6}}=0.1723$$

由df_e=15，秩次距k=2、3、4、5、6，查表得临界q值，并求解LSR值。

k	$q_{0.05}$	$q_{0.01}$	$LSR_{0.05}$	$LSR_{0.01}$
2	3.01	4.17	0.52	0.72
3	3.67	4.83	0.63	0.83
4	4.08	5.25	0.70	0.90
5	4.37	5.56	0.75	0.96
6	4.59	5.80	0.79	1.00

(4)品种间多重比较

k	$q_{0.05}$	$q_{0.01}$	$LSR_{0.05}$	$LSR_{0.01}$
2	3.01	4.17	0.52	0.72
3	3.67	4.83	0.63	0.83
4	4.08	5.25	0.70	0.90
5	4.37	5.56	0.75	0.96
6	4.59	5.80	0.79	1.00

品种	平均产量	差异显著性	
		α=0.05	α=0.01
5	9.37	a	A
3	8.40	b	B
2	7.97	bc	BC
4	7.78	bc	BC
6	7.76	bc	BC
1	7.31	c	C

☼ 品种5的产量最高，且极显著高于其他品种；品种3的产量极显著高于品种1；而品种3、品种2、品种4、品种6之间以及品种2、品种4、品种6、品种1之间的产量均无显著差异。

平衡不完全区组试验的设计效率（efficiency of balanced incomplete block design），记为E。

其含义为：在平衡不完全区组试验设计中两个处理间比较的精确度较低，为随机区组试验设计的E倍，其公式为：

$$E=\frac{1-\frac{1}{k}}{1-\frac{1}{v}}=\frac{\frac{k-1}{k}}{\frac{v-1}{v}}=\frac{v}{k}\cdot\frac{k-1}{v-1}=\frac{v}{k}\cdot\frac{\lambda}{r}=\frac{\lambda v}{rk}$$

$$E=\frac{1-\frac{1}{k}}{1-\frac{1}{v}}=\frac{\frac{k-1}{k}}{\frac{v-1}{v}}=\frac{v}{k}\cdot\frac{k-1}{v-1}=\frac{v}{k}\cdot\frac{\lambda}{r}=\frac{\lambda v}{rk}$$

♪ 若*k*=*v*，*λ*=*r*，则平衡不完全区组试验设计就是随机区组试验设计，这时E=1。

♪ 本例 $E=\frac{\lambda v}{rk}=\frac{2\times6}{5\times3}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}=0.8$,表示用平衡不完全区组试验设计的精确度相当于将6个处理做重复5次的随机区组试验设计的0.8倍。

平衡不完全区组设计参数表

设计	V (处理数)	K (区组的小区数)	r (各处理的重复数)	b (试验所需区组数)	λ (任意两个处理在同一区组中出现的次数)	E
1	4	2	3	6	1	0.67
2		3	3	4	2	0.89
3	5	2	4	10	1	0.62
4		3	6	10	1	0.83
5		4	4	5	3	0.94
6	6	2	5	15	1	0.60
7		3	5	10	2	0.80
8		3	10	20	4	0.80
9		4	10	15	6	0.90
10		5	5	6	4	0.96
…	…	…	…	…	…	…

平衡不完全区组设计

优点

♪ 利用不完全区组安排试验处理仍可作出各处理间的正确比较。

缺点

♪ 区组数必须严格按照规定数目设置，否则各处理间的比较会失去均衡，所以平衡不完全区组实际的总小区数较多，即同类试验的规模往往比随机区组大，因而只有当难以进行随机区组试验时才采用平衡不完全区组试验设计。

平衡不完全区组设计

在不完全区组设计中，平衡性的要求往往导致过多的试验次数、过多的区组。

- 区组大小k=3的区组中比较v=8个处理。
- 采用平衡不完全区组设计，由于$\gamma=\frac{\lambda(v-1)}{k-1}$，即$\lambda=\frac{2\gamma}{7}$。

为了保证λ是整数，γ必须是7的倍数。

γ=7、14时的平衡不完全区组设计不存在。

γ=21，$b=56, N=168$，即需要56区组，共进行168次试验。

平衡不完全区组设计

- 提出"部分平衡性"的要求，
- 不再要求任意一对处理在相同区组中相遇的次数相等，而只要求某些处理对在相同区组中相遇次数λ_1，另一些处理对在相同区组中相遇另一个次数λ_2 …….

部分平衡不完全区组设计

区组设计

拉丁方设计

1. 该设计不允许处理数太多。
2. 处理数太多，区组必然增大，局部控制的效率降低；
3. 处理数太少，误差的自由度太小，也会降低假设检验的灵敏度。
4. 方差分析只能鉴别区组之间的差异，无法分辨区组内的差异，当区组内存在较大差异时，试验误差增加。